

КОГНИТИВНАЯ НАУКА В МОСКВЕ  
**НОВЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ**



**МАТЕРИАЛЫ  
КОНФЕРЕНЦИИ  
2017**

ПОД РЕД. Е.В. ПЕЧЕНКОВОЙ, М.В. ФАЛИКМАН

УДК 159.9

ББК 81.002

К57

К57 Коллективный

Когнитивная наука в Москве: новые исследования. Материалы конференции 15 июня 2017 г.

Под ред. Е.В. Печенковой, М.В. Фаликман. – М.: ООО «Буки Веди», ИППИП. 2017 г. – 596 стр.

Электронная версия

ISBN 978-5-4465-1509-7

УДК 159.9

ББК 81.002

ISBN 978-5-4465-1509-7

© Авторы статей, 2017

## ПЕРЦЕПТИВНЫЕ ПРОСТРАНСТВА – МЕТОДЫ АНАЛИЗА

В. Е. Дубровский\*, А. В. Гарусев\*

[vicdubr@mail.ru](mailto:vicdubr@mail.ru), [percept5@mail.ru](mailto:percept5@mail.ru)

Факультет психологи МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

**Аннотация.** Понятие перцептивного пространства часто используется в психологических исследованиях, чтобы наглядно представить отношения между изучаемыми объектами, используя экспериментальные оценки меры близости между стимулами. Оценки могут быть как прямыми – испытуемого просят оценить степень различия, так и косвенными: измерение дифференциальных порогов, использование различных мер статистического разброса ответов, оценки времени реакции и т.п. Для того чтобы иметь возможность применять современные методы анализа данных, перцептивное пространство считают евклидовым, а его элементы – векторами. При этом используют такие понятия, как базис, размерность, углы и расстояния между векторами. Однако это – дополнительное предположение. При этом возможно «обнаружить» в анализируемых данных конструкции, которые там первоначально отсутствовали. Можно отказаться от этого предположения, перейдя к геометрии Римана. В таком пространстве расстояние между удаленными стимулами находится путем суммирования цепочек различий между парами близких стимулов. Траектория, вдоль которой расстояние оказывается наименьшим, называется геодезической. Риманово пространство является локально евклидовым и именно поэтому используется в физике. При геометрическом моделировании перцептивных процессов это свойство не требуется, и можно перейти к геометрии Финслера, в которой на каждом касательном пространстве вводится своя локальная норма. Расстояния между стимулами также вычисляются вдоль геодезических. Такая модель допускает интерпретацию как в терминах подпороговых множеств, так и в терминах нейронов-детекторов. С формальной точки зрения второй подход соответствует переходу к гамильтонову описанию, широко используемому в современной физике.

**Ключевые слова:** психофизика, перцептивные пространства, метрика пространства, евклидово пространство, геометрия Римана, финслерово пространство

Понятие сенсорного или перцептивного пространства часто используется в психологических исследованиях для того, чтобы наглядно представить отношения между изучаемыми объектами. Согласно Е.Н. Соколову «Восприятие человека может быть описано геометрической моделью в виде координатного пространства. Стимулы, которые кажутся человеку похожими, будут находиться в этом пространстве на небольшом расстоянии, а стимулы, которые воспринимаются непохожими, – на далеком. Такое психологическое пространство называют перцептивным или сенсорным» (Соколов и др., 1986).

Исходной точкой для построения перцептивного пространства служат различные экспериментальные оценки субъективной меры близости между стимулами, предъявляемыми испытуемому. При этом оценки могут быть как

прямыми — испытуемого просят оценить субъективную степень различия по той или иной методике, — так и косвенными (Стивенс, 1960).

Методик, использующих косвенные оценки, известно очень много: сюда относится измерение дифференциальных порогов, использование различных мер статистического разброса ответов при сравнении стимулов (в частности, при кратковременном предъявлении), оценки времени реакции и т.п. Условно все методы оценки субъективных расстояний можно разделить на две большие группы в зависимости от того, допускается ли сравнение субъективно далеких стимулов. В соответствии с традицией, сложившейся в психофизике, будем называть перцептивное пространство, полученное с использованием сравнения только близких стимулов, обобщенным фехнеровским пространством (Dzhafarov, Coloniuss, 2001).

В зависимости от решаемой задачи допустимы различные трактовки понятия «перцептивное пространство». Поэтому в каждом конкретном случае обязательно нужно указывать, что является элементами этого пространства и какие действия над этими элементами можно производить. В простейшем случае считается, что каждому стимулу, предъявляемому наблюдателю, соответствует образ со своими субъективными характеристиками. Степень выраженности каждой такой характеристики можно оценить количественно психофизическими методами. Таким образом, каждому стимулу ставится в соответствие ряд чисел. Перцептивное пространство в этом случае — чисто математическая конструкция. Его элементами являются наборы чисел, соответствующие шкальным значениям. Это пространство является многомерным, что является следствием сложной структуры образа.

Для того, чтобы иметь возможность применять современные методы анализа данных, перцептивное пространство обычно считают не только метрическим, но и линейным и, более того, евклидовым (то есть конечномерным линейным пространством со скалярным произведением и квадратичной нормой). Соответственно, элементы перцептивного пространства являются векторами, которые можно умножать на число и складывать между собой. При этом автоматически возникают такие удобные понятия, как базис, размерность, углы и расстояния между векторами и т.п.

Нужно, однако, отдавать себе отчет, что евклидова структура перцептивного пространства, в общем-то, является достаточно произвольной гипотезой, никак не связанной с экспериментальными результатами. Это — дополнительное предположение, которое необходимо для того, чтобы можно было обрабатывать данные, используя факторный анализ, анализ главных компонент и другие многомерные статистические методы. В конечном счете, описывая полученные результаты в привычных терминах углов, евклидовых расстояний и т.п., мы апеллируем к нашему повседневному опыту, используем привычную систему понятий. Но при этом мы рискуем «обнаружить» в анализируемых данных конструкции, которые там первоначально отсутствовали, но появились неявно при принятии допущения о евклидовости.

Попытки отказаться от таких сильных дополнительных предположений предпринимались неоднократно. Вероятно, впервые это сделал Гельмгольц (Helmholtz, 1892) предложив использовать при моделировании цветового про-

странства геометрию Римана. При этом множество цветов представляется в виде набора точек некоторого гладкого многообразия с заданной на нем римановой метрикой, гладко меняющейся от точки к точке. В определенном смысле эта концепция опирается на идеи Фехнера: в эксперименте можно сравнивать только близкие стимулы. Гельмгольц предложил для описания этого процесса формулу для линейного элемента, то есть расстояния в касательном пространстве.

В полученном таким образом обобщенном фехнеровском пространстве расстояние между удаленными стимулами (в данном случае – цветами) можно найти только путем вычислений, суммируя цепочку различий между парами близких стимулов. При этом, в отличие от одномерного случая, который рассматривал сам Фехнер, возникает известный произвол, связанный с выбором соединяющей два стимула траектории, вдоль которой производится суммирование (точнее говоря, берется интеграл). В римановой геометрии за расстояние между точками принимается минимальное из всех расстояний, вычисленных таким образом. Траектория, вдоль которой расстояние оказывается наименьшим, называется геодезической. Таким образом, необходимо вначале провести эксперименты по различению близких цветовых стимулов, чтобы определить параметры линейного элемента (MacAdam, 1942), а затем вычислить расстояния между парами удаленных стимулов, построив систему геодезических.

К настоящему времени предложено множество различных формул для линейного элемента в цветовом пространстве и проведена огромная экспериментальная работа по подбору их параметров (Kuehni, Schwarz, 2008). Однако полученные результаты нельзя признать до конца удовлетворительными – вычисляемые таким образом расстояния между стимулами существенно отличаются от субъективных расстояний, получаемых при помощи других экспериментальных методов. Авторы работ склонны объяснять эти расхождения недостаточно корректным выбором математических выражений для линейного элемента и необходимостью их дальнейшего уточнения. Однако имеется еще одна возможность.

Чтобы разобраться в этом вопросе, необходимо понять, насколько обоснован выбор именно римановой геометрии для описания перцептивных различий. Как уже упоминалось, впервые это предложил Гельмгольц, хорошо знакомый с идеями Римана. В дальнейшем множество авторов развивало эту модель, будучи вдохновленными успешным использованием формализма геометрии Римана в теории относительности. Но теория относительности накладывает на тип используемой дифференциальной геометрии существенное ограничение: в пределе при небольших расстояниях эта геометрия должна переходить в обычную геометрию Евклида. Формально это означает, что линейный элемент должен быть квадратичной формой. Именно это свойство выделяет риманову геометрию из целого семейства возможных дифференциальных геометрий.

Между тем требование локальной евклидовости совершенно не обязательно при геометрическом моделировании перцептивных процессов, и от него можно отказаться. В результате мы приходим к так называемой геометрии Финслера (Рунд, 1981). Впервые идея ее использования в психофизике поя-

вилась, вероятно, в работах Шепарда (Shepard, 1964). Геометрия Финслера — это также геометрия на гладких многообразиях, но на каждом касательном пространстве вводится своя локальная норма (Dzhafarov, Colonius, 2001). В психофизических экспериментах по различению близких стимулов эту норму можно определить естественным образом (Дубровский, 2009).

Для этого нужно выбрать касательное пространство, задав один из стимулов («эталон»). В качестве второго стимула («тест») будем выбирать различные стимулы, близкие к эталону, и определять пороги различения. Таким образом, для каждого эталона строится подпороговое множество — множество тех стимулов, которые испытуемый не может отличить от данного эталона. Если полученное множество обладает центральной симметрией и выпукло, то его можно считать единичным шаром, соответствующим некоторой эмпирической норме в данном касательном пространстве. Гиперповерхность шара называется индикатрисой финслеровой метрики.

В терминах психофизического эксперимента свойство выпуклости означает следующее. Пусть заданы некоторые положительные весовые коэффициенты, сумма которых равна единице. Если испытуемый не отличает от эталона каждый из некоторого набора тестовых стимулов, то он не сможет отличить и комбинированный стимул, являющийся их взвешенной комбинацией.

Выпуклое подпороговое множество можно с любой заданной степенью точности представить как пересечение полупространств, ограниченных гиперплоскостями, касательными к поверхности индикатрисы. Каждый вектор нормали к касательной гиперплоскости допускает интерпретацию как весовая функция линейного нейрона-детектора (Дубровский, 2009). Таким образом, психофизическую модель различения можно формулировать как в терминах подпороговых множеств, так и в терминах нейронов-детекторов. С формальной точки зрения второй подход соответствует переходу к гамильтонову описанию, широко используемому в современной физике. Любую математическую формулу, задающую форму подпорогового множества (то есть индикатрисы) в некоторой системе координат, можно рассматривать как лагранжиан системы. Если с помощью известного преобразования Лежандра перейти от функции Лагранжа к функции Гамильтона, то автоматически получается представление процесса различения стимулов как результат работы набора нейронов-детекторов. При этом геодезические в перцептивном пространстве приобретают особый смысл — функция Гамильтона на них остается постоянной.

Расстояния между стимулами в пространстве Финслера вычисляются точно так же, как и в римановом пространстве — вдоль геодезических. К сожалению, до сих пор не была предложена сколько-нибудь универсальная формула для обобщенного линейного элемента в перцептивном финслеровом пространстве, поэтому работа по экспериментальной оценке расстояний все еще ждет своего исследователя.

## Литература

Дубровский В. Е. Геометрический подход к задаче сенсорного различения // Современная психофизика. 2009. С. 110–144.

- Рунд Х. Дифференциальная геометрия финслеровых пространств. М.: Наука, 1981.
- Соколов Е. Н., Терехина А. Ю., Ребрик Б. С. Геометрическая модель структуры знания // Вопросы психологии. 1986. Т. 6. С. 130–138.
- Стивенс С. С. Математика, измерение, психофизика // Экспериментальная психология. 1960. Т. 1. С. 19–89.
- Dzhafarov E. N., Colonius H. Multidimensional Fechnerian scaling: Basics // Journal of Mathematical Psychology. 2001. Vol. 45. No. 5. P. 670–719. doi:10.1006/jmps.2000.1341
- Helmholtz H. V. Versuch das psychophysische Gesetz auf die Farbenunterschiede trichromatischer Augen anzuwenden // Z. Psychol. Physiol. Sinnesorg. 1892. No. 3. P. 1–20.
- Kuehni R. G., Schwarz A. Color ordered: a survey of color systems from antiquity to the present. Oxford University Press, 2008.
- MacAdam D. L. Visual sensitivities to color differences in daylight // Journal of the Optical Society of America. 1942. Vol. 32. No. 5. P. 247–274. doi:10.1364/josa.32.000247
- Shepard R. N. Attention and the metric structure of the stimulus space // Journal of Mathematical Psychology. 1964. Vol. 1. No. 1. P. 54–87. doi:10.1016/0022-2496(64)90017-3

## Perceptual spaces: Methods of Analysis

Doubrovski V. E.\* & Garusev A. V.\*

[vicdubr@mail.ru](mailto:vicdubr@mail.ru), [percept5@mail.ru](mailto:percept5@mail.ru)

Department of Psychology, Lomonosov Moscow State University, Moscow

**Abstract.** The concept of perceptual space is widely accepted in psychology for visualizing relationships between the objects under investigation, using experimental estimates of the proximity measure between stimuli. Estimates can be both direct (a participant is asked to assess the degree of difference) and indirect (measuring differential thresholds, using various measures of statistical distribution of responses, estimating the reaction time, and so on). To ensure that modern methods of data analysis can be used, the perceptual space is considered to be Euclidean, and its elements are vectors. Then such concepts as basis, dimension, angles and distances between vectors are in use. However, this is a supplementary assumption that makes it possible to find some false structures in the data being analyzed. One way to reject this assumption is to apply Riemann's geometry, where the distance between remote stimuli is found by summing over the chains of differences between pairs of close stimuli. The shortest route between two points is called a geodesic. The Riemannian space is locally Euclidean, and this is why it is used in physics. With geometric modeling of perceptual processes, this property is not required. Then a superior Finsler geometry is usable, wherein a certain local norm is specified on each tangent space. The distances between the stimuli are also calculated along the geodesics. The model admits an interpretation both in terms of subthreshold sets, and in terms of detector neurons. From a formal point of view, the second approach corresponds to the Hamiltonian description widely used in modern physics.

**Keywords:** psychophysics, perceptual space, metric space, Euclidean space, Riemann geometry, Finsler geometry